

NOM :

MATRICULE :

PRENOM :

# Examen Final

1<sup>ère</sup> session

lundi 2 juin 2008 – aud. H.2213

## Indications

Veuillez respecter les indications suivantes:

1. Vous avez 3 heures à disposition
2. Veuillez vérifier que votre formulaire d'examen contient bien 7 pages
3. L'examen comporte 20 points, 1 point par question sauf la dernière (qui vaut 4 points).
4. Veuillez noter absolument vos nom(s) et prénom(s) sur la première page.
5. Vous avez droit à vous munir d'un résumé de 5 pages recto-verso maximum, écrit à la main. Aucun ouvrage n'est admis à l'examen. Aucun instrument de type PC ou PDA n'est admis, mis à part une calculatrice.
6. Bon travail !!!

## Problèmes

### P1 Couverture à l'aide d'un contrat à terme

Un contrat forward sur matières premières pour une livraison dans 4 mois est conclu au prix forward de €38. Le sous-jacent traite actuellement à €40. Le taux d'intérêt composé continûment est de 5%.

**Q1** En valeur actuelle, de combien est le profit d'arbitrage potentiel, en supposant qu'il n'y a ni coûts de transaction, ni coûts de stockage et qu'aucun dividende n'est payé par cette matière première ? (Choisissez une réponse et indiquez votre calcul)

- (a) €0 (le prix de contrat à terme est juste).
- (b) €1.67
- (c) €2.63
- (d) €2.88

## P2 Spéculation

Un de vos clients a passé un ordre de vente de calls sur une action cotée en bourse. Pour couvrir ces calls, que lui demandez-vous d'ajouter à son portefeuille...

**Q2** ...pour être couvert en conditions normales de marché ?

**Q3** ...pour être couvert en conditions anormales de marché ?

Expliquez à chaque fois brièvement.

## P3 Questions courtes sur le Monte Carlo

Répondez aux questions suivantes par la lettre de votre réponse et expliquez en une ligne votre choix.

**Q4** Considérez que le prix  $S$  d'une action suit un processus Brownien géométrique  $dS = aS dt + bS dZ$ ,  $b$  étant strictement positif. Laquelle de ces affirmations est fausse ?

- (a) Si le drift  $a$  est positif, le prix dans un an sera au-dessus du prix actuel.
- (b) Le taux instantané de rendement sur l'action suit une distribution normale.
- (c) Le prix  $S$  suit une distribution lognormale.
- (d) Ce modèle n'impose pas de régression vers la moyenne (« mean-reversion »)

**Q5** L'erreur de mesure de la VaR due à la variabilité de l'échantillon devrait être plus importante avec...

- (a) Plus d'observations et un degré de confiance élevé (ex : 99%).
- (b) Moins d'observations et un degré de confiance élevé.
- (c) Plus d'observations et un degré de confiance bas (ex : 95%).
- (d) Moins d'observations et un degré de confiance bas.

#### P4 Le risque de crédit sur un portefeuille et la crise du subprime

La banque Ducoin possède un portefeuille relativement important de prêts individuels (€ 100 millions) et son activité de prêt est croissante.

Pour des raisons d'estimation de son risque de liquidité, le CRO de la banque Ducoin décide de calculer un CreditVaR...

Etant donné le contexte économique actuel, la probabilité de défaut moyenne sur chacun de ces prêts individuellement est de 5%, au lieu de 2.5% en temps normal. La corrélation de défaut entre ces prêts est quant à elle passée de 30% à 60%. Le taux de recouvrement est de 40% en cas de défaut.

**Q6** De combien a augmenté la CreditVaR auquel la banque peut s'attendre avec un degré de confiance de 95% (pour le facteur) en utilisant l'expression de la copule Gaussienne à 1 facteur?

**Q7** Quel est le problème lié à l'utilisation de la copule, en particulier la copule Gaussienne, notamment dans l'évaluation des tranches de CDO ?

**Q8** La banque Ducoin décide de se couvrir contre le risque de défaut d'un des actifs de ce portefeuille. Cet actif représente une position de €20 millions à lui tout seul. Imaginez que la banque Ducoin se base sur une probabilité de défaut sur un an (1 an) de 25% de cet actif, et sur une probabilité de défaut de la contrepartie auprès de laquelle elle souscrit la protection de 10%. La probabilité jointe d'un défaut sur le portefeuille ainsi que de la contrepartie (l'assureur) est de 4.5%. Le taux de recouvrement sur l'actif en cas de défaut est de 45% et de 0% pour ce qui est de l'assureur.

Estimez la perte attendue due au risque de défaut.

## P5 La VaR et le CVaR (ou expected shortfall)

Imaginez que deux investissements ont chacun la même distribution de résultats :

- 4% de chances de perdre €10 millions,
- 2% de chances de perdre €1 million,
- 94% de chances de faire un profit de €1 million.

Ces deux investissements sont indépendants l'un de l'autre.

**Q9** Quelle est la VaR d'un des investissements si le degré de confiance requis est de 95%?

**Q10** Quelle est la CVaR (ou expected shortfall) d'un des investissements si le degré de confiance requis est de 95%?

**Q11** Quelle est la VaR d'un portefeuille composé des deux investissements si le degré de confiance requis est de 95%?

**Q12** Quelle est la CVaR d'un portefeuille composé des deux investissements si le degré de confiance requis est de 95%?

**Q13** Qu'en concluez-vous?

## P6 Volatilité

Imaginez que l'indice S&P 500 a clôturé hier à 1'400 et que la volatilité journalière de cet indice était alors estimée à 1.5%. Un modèle GARCH(1,1) calibré à cet indice donne les paramètres suivants :  $\omega = 0.000008$ ,  $\alpha = 0.08$ ,  $\beta = 0.88$ .

**Q14** Sachant que le jour suivant, le cours de clôture se situe à 1'450, quelle est la nouvelle estimation de la volatilité journalière ?

## P7 Trading

Le gamma et le vega d'un portefeuille delta-neutre sont de 50 par € et de 30 par € respectivement.

**Q15** Estimez la variation de la valeur du portefeuille si un choc dans le marché produit une augmentation de 3% de la volatilité du sous-jacent et une diminution de 4% de sa valeur.

**Q16** Laquelle de ces stratégies, réalisées à l'aide d'options call et put, n'est pas possible et pourquoi ?

- (a) Long gamma, short theta
- (b) Short gamma, long theta
- (c) Long gamma, long theta
- (d) Long gamma, long vega

## P8 Commentaire

**Q17** Commentez l'article suivant du Financial Times (Ecrivez votre réponse sur le verso de la feuille):  
[Cette question vaut 4 points]

**Moody's issues warning on CDS risks**

By Aline van Duyn in New York

Published: May 28 2008 15:18 | Last updated: May 28 2008 15:18

Counterparty risks in the \$60,000bn credit default swap market pose greater potential threats to banks and dealers than other over-the-counter derivatives markets such as interest rate swaps, according to a report by Moody's Investors Service.

The ability of securities dealers such as Goldman Sachs, Morgan Stanley and UBS to manage the risks related to credit derivatives was a "particular area of focus" in assessing the dealers' credit ratings, Moody's said.

Alexander Yavorsky, assistant vice-president on Moody's finance and securities team, said: "It is not the size of the market that is of concern but the interconnected nature of the CDS market.

"CDS are not an asset class, but they are a vehicle which banks use to get exposure to credit. If there is a default by a counter-party in CDS, spreads for the whole market will be affected. Even if you do not have exposure to that counterparty, it will affect your risk."

Counter-party risk was highlighted by the near-collapse of Bear Stearns earlier this year. Bear Stearns was a large counter-party in the CDS market, and the realisation that its collapse could have caused losses throughout the financial system prompted intervention by the Federal Reserve.

In its report Moody's said the failure of one large broker-dealer active in the CDS market would pose a systemic risk to the world's financial system.

However, it did not expect corporate defaults, for which CDS contracts provide protection, to pose any systemic dangers.

CDS, which provide a kind of insurance against corporate default, saw notional volumes increase 36 per cent to \$57,894bn in the six months to the end of December, outstripping growth for all over-the-counter derivatives, the Bank for International Settlements reported last week.

Moody's said the notional amount outstanding did not represent the capital at risk in the financial system. A more relevant figure was the replacement value, which is just under \$2,000bn.

It said the credit crisis had "exposed clear differences" among securities firms and that it was "re-evaluating" the quality and effectiveness of risk management at Merrill Lynch and Morgan Stanley. It said: "Similar risk management weaknesses have become evident at Citigroup, Credit Suisse, UBS and Société Générale."

**N(x) & N(-x)=1-N(x)**

H. Pirotte - SBS/ULB - FinMetrics SA - Juin 2007

	<b>0.000</b>	<b>0.005</b>	<b>0.010</b>	<b>0.015</b>	<b>0.020</b>	<b>0.025</b>	<b>0.030</b>	<b>0.035</b>	<b>0.040</b>	<b>0.045</b>	<b>0.050</b>	<b>0.055</b>	<b>0.060</b>	<b>0.065</b>	<b>0.070</b>	<b>0.075</b>	<b>0.080</b>	<b>0.085</b>	<b>0.090</b>	<b>0.095</b>
<b>0.0</b>	0.5000	0.5020	0.5040	0.5060	0.5080	0.5100	0.5120	0.5140	0.5160	0.5179	0.5199	0.5219	0.5239	0.5259	0.5279	0.5299	0.5319	0.5339	0.5359	0.5378
<b>0.1</b>	0.5398	0.5418	0.5438	0.5458	0.5478	0.5497	0.5517	0.5537	0.5557	0.5576	0.5596	0.5616	0.5636	0.5655	0.5675	0.5695	0.5714	0.5734	0.5753	0.5773
<b>0.2</b>	0.5793	0.5812	0.5832	0.5851	0.5871	0.5890	0.5910	0.5929	0.5948	0.5968	0.5987	0.6006	0.6026	0.6045	0.6064	0.6083	0.6103	0.6122	0.6141	0.6160
<b>0.3</b>	0.6179	0.6198	0.6217	0.6236	0.6255	0.6274	0.6293	0.6312	0.6331	0.6350	0.6368	0.6387	0.6406	0.6424	0.6443	0.6462	0.6480	0.6499	0.6517	0.6536
<b>0.4</b>	0.6554	0.6573	0.6591	0.6609	0.6628	0.6646	0.6664	0.6682	0.6700	0.6718	0.6736	0.6754	0.6772	0.6790	0.6808	0.6826	0.6844	0.6862	0.6879	0.6897
<b>0.5</b>	0.6915	0.6932	0.6950	0.6967	0.6985	0.7002	0.7019	0.7037	0.7054	0.7071	0.7088	0.7106	0.7123	0.7140	0.7157	0.7174	0.7190	0.7207	0.7224	0.7241
<b>0.6</b>	0.7257	0.7274	0.7291	0.7307	0.7324	0.7340	0.7357	0.7373	0.7389	0.7405	0.7422	0.7438	0.7454	0.7470	0.7486	0.7502	0.7517	0.7533	0.7549	0.7565
<b>0.7</b>	0.7580	0.7596	0.7611	0.7627	0.7642	0.7658	0.7673	0.7688	0.7704	0.7719	0.7734	0.7749	0.7764	0.7779	0.7794	0.7808	0.7823	0.7838	0.7852	0.7867
<b>0.8</b>	0.7881	0.7896	0.7910	0.7925	0.7939	0.7953	0.7967	0.7981	0.7995	0.8009	0.8023	0.8037	0.8051	0.8065	0.8078	0.8092	0.8106	0.8119	0.8133	0.8146
<b>0.9</b>	0.8159	0.8173	0.8186	0.8199	0.8212	0.8225	0.8238	0.8251	0.8264	0.8277	0.8289	0.8302	0.8315	0.8327	0.8340	0.8352	0.8365	0.8377	0.8389	0.8401
<b>1.0</b>	0.8413	0.8426	0.8438	0.8449	0.8461	0.8473	0.8485	0.8497	0.8508	0.8520	0.8531	0.8543	0.8554	0.8566	0.8577	0.8588	0.8599	0.8610	0.8621	0.8632
<b>1.1</b>	0.8643	0.8654	0.8665	0.8676	0.8686	0.8697	0.8708	0.8718	0.8729	0.8739	0.8749	0.8760	0.8770	0.8780	0.8790	0.8800	0.8810	0.8820	0.8830	0.8840
<b>1.2</b>	0.8849	0.8859	0.8869	0.8878	0.8888	0.8897	0.8907	0.8916	0.8925	0.8934	0.8944	0.8953	0.8962	0.8971	0.8980	0.8988	0.8997	0.9006	0.9015	0.9023
<b>1.3</b>	0.9032	0.9041	0.9049	0.9057	0.9066	0.9074	0.9082	0.9091	0.9099	0.9107	0.9115	0.9123	0.9131	0.9139	0.9147	0.9154	0.9162	0.9170	0.9177	0.9185
<b>1.4</b>	0.9192	0.9200	0.9207	0.9215	0.9222	0.9229	0.9236	0.9244	0.9251	0.9258	0.9265	0.9272	0.9279	0.9285	0.9292	0.9299	0.9306	0.9312	0.9319	0.9325
<b>1.5</b>	0.9332	0.9338	0.9345	0.9351	0.9357	0.9364	0.9370	0.9376	0.9382	0.9388	0.9394	0.9400	0.9406	0.9412	0.9418	0.9424	0.9429	0.9435	0.9441	0.9446
<b>1.6</b>	0.9452	0.9458	0.9463	0.9468	0.9474	0.9479	0.9484	0.9490	0.9495	0.9500	0.9505	0.9510	0.9515	0.9520	0.9525	0.9530	0.9535	0.9540	0.9545	0.9550
<b>1.7</b>	0.9554	0.9559	0.9564	0.9568	0.9573	0.9577	0.9582	0.9586	0.9591	0.9595	0.9599	0.9604	0.9608	0.9612	0.9616	0.9621	0.9625	0.9629	0.9633	0.9637
<b>1.8</b>	0.9641	0.9645	0.9649	0.9652	0.9656	0.9660	0.9664	0.9667	0.9671	0.9675	0.9678	0.9682	0.9686	0.9689	0.9693	0.9696	0.9699	0.9703	0.9706	0.9710
<b>1.9</b>	0.9713	0.9716	0.9719	0.9723	0.9726	0.9729	0.9732	0.9735	0.9738	0.9741	0.9744	0.9747	0.9750	0.9753	0.9756	0.9759	0.9761	0.9764	0.9767	0.9770
<b>2.0</b>	0.9772	0.9775	0.9778	0.9780	0.9783	0.9786	0.9788	0.9791	0.9793	0.9796	0.9798	0.9801	0.9803	0.9805	0.9808	0.9810	0.9812	0.9815	0.9817	0.9819
<b>2.1</b>	0.9821	0.9824	0.9826	0.9828	0.9830	0.9832	0.9834	0.9836	0.9838	0.9840	0.9842	0.9844	0.9846	0.9848	0.9850	0.9852	0.9854	0.9856	0.9857	0.9859
<b>2.2</b>	0.9861	0.9863	0.9864	0.9866	0.9868	0.9870	0.9871	0.9873	0.9875	0.9876	0.9878	0.9879	0.9881	0.9882	0.9884	0.9885	0.9887	0.9888	0.9890	0.9891
<b>2.3</b>	0.9893	0.9894	0.9896	0.9897	0.9898	0.9900	0.9901	0.9902	0.9904	0.9905	0.9906	0.9907	0.9909	0.9910	0.9911	0.9912	0.9913	0.9915	0.9916	0.9917
<b>2.4</b>	0.9918	0.9919	0.9920	0.9921	0.9922	0.9923	0.9925	0.9926	0.9927	0.9928	0.9929	0.9930	0.9931	0.9932	0.9933	0.9934	0.9935	0.9936	0.9937	
<b>2.5</b>	0.9938	0.9939	0.9940	0.9940	0.9941	0.9942	0.9943	0.9944	0.9945	0.9945	0.9946	0.9947	0.9948	0.9948	0.9949	0.9950	0.9951	0.9951	0.9952	0.9953
<b>2.6</b>	0.9953	0.9954	0.9955	0.9955	0.9956	0.9956	0.9957	0.9957	0.9958	0.9959	0.9959	0.9960	0.9960	0.9961	0.9962	0.9962	0.9963	0.9963	0.9964	0.9965
<b>2.7</b>	0.9965	0.9966	0.9966	0.9967	0.9967	0.9968	0.9968	0.9969	0.9969	0.9969	0.9970	0.9970	0.9971	0.9971	0.9972	0.9972	0.9973	0.9973	0.9974	0.9974
<b>2.8</b>	0.9974	0.9975	0.9975	0.9976	0.9976	0.9976	0.9977	0.9977	0.9977	0.9978	0.9978	0.9978	0.9979	0.9979	0.9979	0.9980	0.9980	0.9980	0.9981	
<b>2.9</b>	0.9981	0.9982	0.9982	0.9982	0.9983	0.9983	0.9983	0.9984	0.9984	0.9984	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986	0.9986	0.9986
<b>3.0</b>	0.9987	0.9987	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9988	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990	0.9990	0.9990
<b>3.1</b>	0.9990	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9991	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993	0.9993	0.9993	0.9993	0.9993
<b>3.2</b>	0.9993	0.9993	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995	0.9995	0.9995	0.9995	0.9995
<b>3.3</b>	0.9995	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
<b>3.4</b>	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998	0.9998	0.9998
<b>3.5</b>	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
<b>3.6</b>	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
<b>3.7</b>	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
<b>3.8</b>	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	1.0000
<b>3.9</b>	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
<b>4.0</b>	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000